ОТНОСНО ОПРЕДЕЛЯНЕ РАБОТНИЯ ОБЕМ НА ЗЪБНИ ПОМПИ С ВЪНШНО ЗАЦЕПВАНЕ

Проф. д-р Генчо Попов, Маг. инж. Уйсам Мхана, Проф. д-р Огнян Алипиев, Маг. инж. Ивайло Николаев

DETERMINING VOLUMETRIC DISPLACEMENT OF EXTERNAL GEAR PUMPS

Prof. M.Sc. Popov Gencho. PhD, M.Sc. Mhana Wisam, Prof. M. Sc. Alipiev Ognian PhD, M.Sc. Ivaylo Nikolaev
Agrarian and Industrial Faculty – University of Ruse "Angel Kanchev"

Резюме: *в настоящата работа са представени редица методи за пресмятане на работния обем и теоретичния дебит на зъбни помпи с външно еволвентно зацепване. Разгледани са зависимостите, предложени от различни автори за определяне на тези показатели, като е извършено сравнително изследване на точността при определяне на работния обем за конкретна зъбна хидравлична машина, за която опитно са дешифрирани геометричните параметри. Резултатите показват значително отклонение от дадената заводска стойност на работния обем, като в някои случаи това отклонение надвишава 25%.*

Keywords: *ЗЪБНА ПОМПА, РАБОТЕН ОБЕМ, ТЕОРЕТИЧЕН ДЕБИТ.*

1. Въведение:

Основен параметър на обемните хидравлични машини е работният обем q . Той зависи от геометричните размери на машината, като принципно се пресмята по следната обобщена формула:

$$q = V_K . z . k ,$$

където V_K е обемът на една работна камера, z - броят на работните камери, k - кратността на изменение на обема на камерите за едно завъртане на вала на машината.

Работният обем за различните обемни машини, включително и за зъбните, се определя чрез пресмятане по зависимости, получени на основата на геометрични решения за обема на работните камери и често се нарича геометричен обем на машината.

Мощността на помпата е основна величина, която характеризира големината на преобразуваната от машината енергия. Налягането в даден момент на развитие на техниката е стандартна величина, което определя дебитът на помпата като една от основните технически характеристики. Добре е известно, че теоретичният дебит Q_T е правопропорционален на работния обем и честотата на въртене на вала на машината n :

$$Q_T = q n .$$

Изследвано е влиянието на различни фактори върху дебита на зъбните помпи [7], но изходна величина е работният обем на машината. В литературата се използват различни методи (подходи) при определяне на работния обем на зъбните хидравлични машини – геометричен и енергетичен. Всички те са свързани с определяне лицето на напречното сечение на междузъбието във функция на ъгъла на завъртане на задвижващия вал. За тази цел се използва теорията на евовентното зъбно зацепване [5,14].

За определяне на теоретичния дебит на зъбните помпи в литературата има много формули, които се различават както по своята структура, така и по своята точност [4], без да се дават конкретни указания.

Целта на настоящата работа е да се представят различните методи и зависимости за пресмятане на работния обем на зъбни помпи с еволвентни зъбни колела и да се изследва точността на получаваните по тях стойности.

2. Зависимости за пресмятане на работния обем на зъбни хидравлични машини

В таблица 1 е даден списък с използваните в работата означения на отделните величини.

Т а б л и ц а 1. Основни означения и термини в работата:

Означение	*Наименование*
Q_T	теоретичен дебит на зъбната помпа
q	Работен обем на помпата
n (ω)	честота (ъглова скорост)на въртене на вала на помпата
a_W	Междуосово разстояние
d_W (r_W)	диаметър (радиус) на началната окръжност
d_b (r_b)	диаметър (радиус) на основната окръжност
d_a (r_a)	диаметър (радиус) на върховата окръжност
d_f (r_f) d_f	диаметър (радиус) на петоватаU окръжност
b	ширина на зъбния венец
m	модул
z	брой зъби
h_a	височина на зъба
x	коефициент на коригиране
ε	коефициент на припокриване
α	ъгъл на изходния контур
α_W	ъгъл на зацепване
i	предавателно отношение на зъбната предавка
ω	ъглова скорост на въртене на колелото
θ	ъгъл на завъртане на вала
l	дължина на отсечката от полюса на зацепване до произволна точка върху работната линията на зацепване.
$l_o = ab/2$	дължина на линията от полюса на зацепване до първата точка на зацепване
L=AB/2	дължина на линията на зацепване

При едни от първите изследвания върху определяне на теоретичния дебит на зъбни помпи работният обем е определян чрез лицата на напречните сечения на зъбите и междузъбията. Използвани са формулите (на Меншиков), дадени в литература [10]:

$$Q_T = 2 A_T z b n ,$$

$$Q_T = 2 A_S z b n ,$$

където A_T и A_S са съответно площта на напречните сечения на зъба и междузъбието на зъбните колела.

Една от най популярните приближени формули за работния обем и теоретичния дебит на зъбните помпи с

външно зацепване, която е удобна за предварителни и проверочни изчисления, е получена при предпоставката; че обемът на зъба е равен на обема на междузъбието. Тогава обемът течност; който зъбната помпа може теоретично да подаде за едно завъртване на колелата, е равен на сумата от обемите на междузъбията на двете колела, при отчитане обема следствие на радиалните хлабини между радиусите на върховата окръжност на едното колело и на петовата окръжност на другото. Обемът на течността в този обем не се отчита, защото при въртене на колелата той всъщност не се изменя и представлява един вреден (мъртъв) обем, който непрекъснато се върти при работа на помпата.

Като се има пред вид изложеното, за средния теоретичен дебит на зъбна помпа с две еднакви зъбни колела се получава формулата:

1.) $$Q_T = q\,n = \pi a_w(d_a - a_w)b\,n\,,$$

където: $q = \pi a_w(d_a - a_w)b$ е работният обем на помпата.

За нормални некоригирани зъбни колела тези величини се пресмятат по формулите:

2.) $$a_w = m\,z\,,$$

като при височина на зъбите $h_a = m$ имаме

3.) $$d_a = m(z+2).$$

За помпи с такива зъбни колела формулата за работния обем приема вида

4.) $$q = 2\pi\,m^2 z\,b\,.$$

При коригирани зъбни колела с коефициент на коригиране x за работния обем се получава:

5.) $$q = 2\pi\,m^2(z+2x)b\,.$$

Тази формула важи при използване на стандартен изходен контур ($\alpha = 20^o$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0{,}25$), докато при използване на нестандартен изходен контур формулата приема следния вид:

6.) $$q = 2\pi.b.h_a^* m^2(z+2x)$$

Немският учен Тома първи използва теорията на зъбното зацепване за определяне на теоретичния работен обем на зъбните помпи [6]. Той получава известната в литературата формула, валидна при еднакъв брой зъби на двете зъбни колела $z_1 = z_2$ и продължителност на зацепване $\varepsilon = 1$:

7.) $$q = 2\pi\left(r_a^2 - \frac{a_W^2}{4} - \frac{t_o^2}{3}\right)b\,,$$

където $t_o = \frac{2\pi r_b}{z}$ е стъпката по основната окръжност с радиус r_b. Тази формула на Тома не отчита факта, че коефициентът на припокриване ε на зъбните помпи винаги е по-голям от единица.

Юдин [8] изчислява теоретичния работен обем на зъбните помпи по следната формула, получена на базата на геометричния подход:

8.) $$q = 2\pi(r_a^2 - r_w^2 - k.\frac{t_b^2}{12})b\,,$$

където $k = 4 - 6\varepsilon + 3\varepsilon^2$.

Авторите от [1,2] представят работния обем в следния вид:

9.) $$q = bz^2.m^2.\cos\alpha_0.\frac{\tan\alpha}{\cos\alpha}(1 - \frac{1}{z} - \frac{\cos^2\alpha_0.\tan^2\alpha}{3}).$$

Анализирайки зависимост (9) се вижда, че работният обем на зъбната помпана е пропорционален на квадрата на модула на зацепване и квадрата на броя на зъбите.

В [9] са разгледани възможностите за използване на некоригирани зъбни колела и влиянието им върху характеристиките на зъбните помпи. Резултатите от симулацията показват, че теоретичният работен обем на помпата се увеличава, когато се използват коригирани зъбни колела. Резултатите показват също, че затвореният (захапаният) обем и коефициентът на неравномерността на дебита намаляват. При пресмятане на работния обем авторът използва енергетичния метод, основа на който е теоретичният въртящ момент:

10.) $$q = \pi.b.[r_a^2 - r_w^2 + i(r_a^2 - r_w^2) - (1-i).\frac{t_b^2}{12}].$$

При помпи с две еднакви зъбни колела (i=1, $r_{a1} = r_{a2}$; $r_{w1} = r_{w2}$) горната формула приема вида:

11.) $$q = 2\pi.b.[r_a^2 - r_w^2]\,.$$

За работния обем на помпи с некоригирани зъбни колела зависимостта има вида:

12.) $$q = 2\pi bm^2[z + (1 - \frac{\pi^2\cos^2\alpha_0}{12})]$$

Работният обем за помпи с коригирани зъбни колела е:

13.) $$q = b.\pi[(mz + mx + m - \frac{mz}{2})^2 - -(\frac{m(z+x)}{2})^2 - \frac{m^2\pi^2\cos^2\alpha}{6}]$$

Авторите от [13] изчисляват работния обем на зъбни помпи чрез пресмятане на лицето на междузъбията, като изваждат от него минималния захапан обем в областта на зацепването. Те използват формулите на Takahashi и Ichikawa:

14.) $$q = \frac{\pi bm^2}{2}\left[\begin{array}{l}(z+2+2(y-x))^2 - (z-y)^2 - \\ -\frac{\pi^2}{3}\cos^2\alpha\end{array}\right],$$

където $y = (a_w - a)/m$.

Средният теоретичен дебит може да се пресметне чрез минималния и максималния моментен дебит на помпата по зависимостта:

$$Q_T = \frac{Q_{max} + Q_{min}}{2}\,.$$

За работния обем в този случай се следва:

15.) $$q = \frac{Q_T}{n} = \frac{Q_{max} + Q_{min}}{2n} = \pi\frac{Q_{max} + Q_{min}}{\omega}$$

В [3] и [6] моментният теоретичен дебит на зъбната помпа се получава като сума от моментния дебит на водещото и видимото зъбни колела:

16.) $$Q_m = 2\pi\,n\,b\,r_b^2\left[tg^2\alpha_a - tg^2\alpha_w - (tg\,\alpha_w - \theta)^2\right],$$

като Q_{max} е при $\theta = tg\alpha_w$, Q_{min} - при $\theta = tg\alpha_w - \varepsilon\pi/z$.

В този случай работният обем ще бъде:

17.) $$q = 2\pi.b(r_a^2 - r_w^2 - \frac{\varepsilon^2.\pi^2.r_b^2}{2z^2})\,.$$

В [11] авторите извеждат следната зависимост за моментния дебит

$$Q_m = \frac{1}{2}\omega\left(r_{a,1}^2 + \frac{z_1}{z_2}r_{a,2}^2\right) -$$

18.) $$-\frac{1}{2}\omega\left[\begin{array}{l}\frac{r_1^2}{\sqrt{r_1^2 - r_{b1}^2}}(r_{w1}\cos\beta_1 - l) + \\ +\frac{z_1}{z_2}\frac{r_2^2}{\sqrt{r_2^2 - r_{b2}^2}}(r_{w2}\cos\beta_2 - l)\end{array}\right]$$

където $l = l_o - r_{bi}\theta$ е дължина на отсечката от полюса на зацепване до произволна точка върху работната линията на зацепване.

$$r_i = \sqrt{r_{wi}^2 + l^2 - 2\,r_{wi}\,l\cos\beta_1}$$

като Q_{max} е при $l = 0$, ($\beta_1, \beta_2 = 0$), а Q_{min} - при, ($l = l_0$),

$\beta_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_w$, $\beta_2 = \frac{\pi}{2} + \alpha_w$.

Авторите твърдят, че параметрите на зацепените колела (брой зъби, профилен ъгъл, височина на главата на зъба и височина на основата на зъба) оказват влияние върху намаляване на неравномерността на дебита; а модулът не влияе върху тази неравномерност.

Manring and Kasaragadda [12] предлагат зависимост за определяне на моментния дебит на зъбната помпа при използване на различни размери на колелата:

19.) $Q_m = \frac{1}{2}\left[r_{a1}^2 + r_{a2}^2 \frac{r_{w1}}{r_{w2}} - r_{w1}(r_{w1} - r_{w2}) - \left(1 + \frac{r_{w1}}{r_{w2}}\right) l^2 \right]$

където: $l = l_0 - \theta$,

$$l_0 = \sqrt{r_{a_2}^2 - r_{w_2}^2 \cos^2 \alpha} - r_{w_2} \sin \alpha .$$

При помпи с две еднакви зъбни колела ($r_{a1} = r_{a2}$; $r_{w1} = r_{w2}$) горната формула приема вида:

20.) $$Q_т = \pi n b[r_a^2 + r_w^2 - l^2]$$

като Q_{max} е при $l = 0$, а Q_{min} при, ($l = l_0$).

В този случай работният обем ще бъде :

21.) $$q = 2\pi.b(r_a^2 - r_w^2 - \frac{l_0^2}{2}) .$$

Показано е, че моментният дебит на помпата е пропорционален на квадрата на дължината на моментната линия на зацепване на колелата. Резултатите от това проучване показват, че водещото колело на зъбната помпа определя теоретичния дебит на помпата докато водимото колело определя размера на помпата. В резултатът на това следва, че може да се окаже изгодно изработването на зъбна помпа с голям брой зъби на водещото колело и с по-малък брой зъби на водимото колело. Такава конструкция ще даде възможност да се намали както размера на помпа (без намаляване на работния обем), така и да се намали коефициентът на неравномерността на дебита.

В [5] моментният дебит се определя по зависимостта:

22.) $$Q_m = 2\pi nb(r_a^2 - r_w^2 - l^2) ,$$

където $l = r_b(\tan\alpha_w - \theta)$, Q_{max} е при $l = 0$, Q_{min} - при $l = l_0$, а $l_0 = L = AB/2$.

В тази работа авторът използва теоретичната дължина на работната отсечка АВ. За работният обем се получава:

23.) $$q = 2\pi b(r_a^2 - r_w^2 - \frac{l_0^2}{2})$$

Khalaf [10] в работата си използва долното уравнение за пресмятане на моментния дебит в границите на завъртане на вала на една ъглова стъпка $-\frac{\pi}{z} \le \theta \le \frac{\pi}{z}$:

24.) $$Q_m = 2\pi n b m^2 \left[1 + z\left(1 - z\cos^2\alpha_w \frac{\theta}{4}\right)\right] .$$

Получените резултати от това проучване показват, че при голям модул или малък брой зъби се увеличава ле работния обем, но в същото време неравномерността на дебита нараства.

4. Числени резултати

Сравняването на стойностите за работния обем, пресметнат по разгледаните по-горе зависимости, е извършено за зъбна помпа *20A8.2X022*, производство на фирма Капрони – гр. Казанлък [15]. По каталожни данни големината на работния обем на тази помпа е $q = 8{,}2\ cm^3$.

Стойностите на геометричните размери на зъбните колела са определени след тяхното опитно дешифриране и са представени в табл. 2.

Т а б л и ц а 2. Геометрични размери на зъбна помпа 20A(c)8.2X022 Caproni

№	Означение	Величина	Стойност
1	a_W	Действително междуосово разстояние	31,4 mm
2	a	делително междуосово разстояние	30 mm
3	z	Брой зъби	12
4	m	Модул	2,5 mm
5	b	Ширина на зъбното колело	13,17mm
6	α	Профилен ъгъл на изходния контур	18°
7	x	Коефициент на изместване на изходния контур	0,3327 mm
8	α	Ъгъл на зацепване за профили	24,68°
9	d_a	Диаметър на върховата окръжност	37,351 mm
10	d_f	Диаметър на вътрешната окръжност	24,699 mm
11	d_w	Диаметър на началната окръжност	31,4 mm
12	ε	Коефициент на припокриване.	1,4719
13	AB	теоретична отсечка на зацепване	13.1112
14	ab	Практическа отсечка на зацепване	10,994 mm
15	h_a^*	Коефициент на височината на главата на зъба	1.243 mm
15	q	Работен обем на помпата по каталожни данни	8.2 cm^3

Резултатите от пресмятанията са дадени в табл. 3

Анализът на резултатите от таблицата показват, че при използване на почти всички зависимости се получават занижени работни обеми спрямо стойността, дадена от завода производител на помпи. Само при някои от предложените зависимости - формули (6) и (12), се получават приблизително равни на заводската стойности.

Т а б л и ц а 3. Стойности на работния обем при използване на различните зависимости

Формула	Зависимост	q cm^3
(1)	$q = \pi.a_w(d_a - a_w)b$	**7.727**
(6)	$q = 2\pi b h_a^* m^2(z + 2x)$	**8.142**
(7)	$q = 2\pi b(r_a^2 - \frac{a_w^2}{4} - \frac{t_b^2}{3})$	**6.921**
(9)	$q = bz^2 m^2 \cos\alpha \frac{tg\alpha_w}{\cos\alpha_w}(1 - \frac{1}{z} - \frac{\cos^2\alpha\, tg^2\alpha_w}{3})$	**4.86**
(12)	$q = 2\pi b[r_a^2 - r_w^2]$	**8.458**
(14)	$q = \frac{\pi bm^2}{2}\left[(z + 2 + 2(y - x))^2 - (z - y)^2 - \frac{\pi^2}{3}\cos^2\alpha\right]$	**6.235**

(18)	$q = 2\pi b(r_a^2 - r_w^2 - \frac{\varepsilon^2 \pi^2 r_b^2}{2z^2})$	**7.210**
(22)	$q = 2\pi b(r_a^2 - r_w^2 - \frac{l_0^2}{2})$	**7.202**
(24)	$q = 2\pi b(r_a^2 - r_w^2 - \frac{l_0^2}{2})$	**6.680**

5. Изводи

Представеното изследване в настоящата работа, показва, че предлаганите в различни литературни източници зависимости за пресмятане на работния обем на зъбни помпи с две еднакви външно зацепени зъбни колела дават различни стойности. В някои случаи това отклонение надвишава 25%. Оказва се, че при използване на формулата за приближени инженерни пресмятания (6), получена при приемане на равенство на обемите на зъба и междузъбието се получават доста добри резултати. Това дава основание да се препоръча при пресмятане на работния обем на тези зъбни хидравлични машини имено тази сравнително лесна за използване формула.

Анализът на представените по-горе зависимости, получени на база теорията на зъбното зацепване, показва, че при използване на теоретичната дължина на зацепване (формула 24), вместо практическата (действителната) (формули 18 и 22), се получават занижени стойности на работния обем.

The research has been funded by the Research Fund with the Ministry of Education, Youth and Science under the project DFNI-E01/5 in 2012

6. ЛИТЕРАТУРА

[1] Артемьва, Т., Лысенко Т., Румянцева Н., Стесин С. Гидромашины и гиропневмоприводы, Москва, Акдемия, 2008.

[2] Асенов Св., Загорски Н., Атанасов М., Огнянова Н., Анализ на съществуващи методи за повишаване производителността на зъбните помпи на маслените системи на авиационни ГТД. International Virtual Journal For Science &Innovation for Industry. Issue 8-9, 2010, ISSN 1313-0226.

[3] Башта, Т.М, Объемные насосы и гидравлические двигатели гидросистем. Москва, Машиностроение, 1974.

[4] Гужгулов, Г. Обемни хидравлични и пневматични машини. Курс лекции, РУ „А. Кънчев“, Русе 2001 г.

[5] Попов, Г. Ст. Обемни хидравлични машини. УИЦ при РУ “Ангел Кънчев“, Русе, 2013г. 200 стр.

[6] Рыбкин, Е.А, А.А.Усов, Шестеренные насосы для металлорежущих станков, Машгиз, Москва, 1960.

[7] Цанков П., Г. Стефанов, П. Георгиев, К. Костов. Изследване влиянието на температурата на хидравличното масло върху характеристиката на зъбна помпа. // Топлотехника, год.4, кн.2, 2013 г., с.90-93 ISSN 1314-2550

[8] Юдин, Е.М Шестерене насосы. Москва, Машиностроение, 1964

[9] Ahmed M. Saleem. Effect of Tooth Geometry on Gear Pump Performance. Tikrit Journal of Eng. Science, Vol.16, No.4, December 2009, pp 20-27.

[10] Khalaf Hassan Ali. The design and performance of gear pumps with particular reference to marginal suction condition”. Cranfield Institute of Technology School of Mechanical Engineering, Ph. D Thesis, 1988-89.

[11] Kuo Jao Huang, Wun Chuan Lian. Kinematic flowrate characteristics of external spur gear pumps using an exact closed solution, Department of Mechanical Engineering, Chung Hua University, No. 707, Sec. 2, WuFu Rd., Hsinchu 30067, Taiwan 2009.

[12] Manring, N. D., Kasaragadda, S. B., The Theoretical Flow Ripple of an External GearPump. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 125, 2003, pp.396-404.

[13] Nagamura, K., Ikejo, K., and Tutulan, F. G. Design and Performance of Gear Pumps with a Non-involute Tooth Profile. Proceedings of the I MECH E Part B: J. Engineering Manufacture, Vol. 218, 2004, pp. 699-710.

[14] Pual, A., McKherjee B. C. Analysis of gear pump.. I. E. (I) Journal, ME. Vol. 52, May 1972.

[15] www.caproni.bg